

LP 41 : Aspect ondulatoire de la matière. Notion de fonction d'onde.

Pré-requis :

- Optique ondulatoire, électromagnétisme.
- Aspect corpusculaire de la lumière.
- Mécanique du point.

Bibliographie :

- Initiation à la mécanique quantique, E. Belorizky, Dunod. [1]
- Mécanique quantique I, C. Cohen-Tannoudji, Hermann. [2]
- Mécanique quantique, Basdevant et Dalibard, Éditions de l'école Polytechnique. [3]

Rapports du jury :

[2010] “Cette leçon peut être l’occasion d’introduire simplement l’équation de Schrödinger. La signification physique des différents termes de l’équation de Schrödinger n’est pas toujours connue. Le jury constate qu’un nombre significatif de candidats confondent équation aux valeurs propres et équation de Schrödinger. Enfin, les candidats sont invités à s’interroger sur les aspects dimensionnels de la fonction d’onde et sur sa signification physique précise.”

[2009] “La signification physique des différents termes de l’équation de Schrödinger n’est pas toujours connue. Le jury constate qu’un nombre significatif de candidats confondent équation aux valeurs propres et équation de Schrödinger. Enfin, les candidats sont invités à s’interroger sur les aspects dimensionnels de la fonction d’onde et sur sa signification physique précise.”

[2008] “La justification physique des relations de continuité aux interfaces est trop souvent éludée.”

Plan :

- I) Comportement ondulatoire de la matière
 - 1) Bref rappel sur l’aspect corpusculaire de la lumière, relations de Planck Einstein. [2]
 - 2) L’expérience de Franck et Hertz. [1]
 - 3) Les ondes de de Broglie, ordres de grandeur. [2]

- II) Description quantique ondulatoire de la matière
 - 1) Expérience de pensée : interférence d’électrons. [3]
 - 2) Description en termes de probabilité de présence : notion de fonction d’onde. [2] et [3]

- III) Dynamique de la fonction d’onde
 - 1) Equation de Schrödinger, exemple de la particule libre. [2]
 - 2) Paquet d’onde. [2] et [3]
 - 3) Inégalités de Heisenberg, ordres de grandeurs. [2]

À la fin du XIX^{ème} siècle, on a deux théories bien distinctes pour décrire deux objets de la physique : la théorie de Maxwell pour l'électromagnétisme, et la mécanique newtonienne pour les corps matériels. Nous avons déjà vu que certains phénomènes, inexpliqués dans le cadre de ces théories, avaient amené les scientifiques de l'époque à postuler une description corpusculaire de la lumière. Nous allons voir aujourd'hui que cette dualité onde-corpuscule n'est pas à sens unique en nous intéressant aux aspects ondulatoires de la matière et en posant les bases de la description quantique qui en découle.

I) Comportement ondulatoire de la matière

1) Bref rappel sur l'aspect corpusculaire de la lumière, relations de Planck Einstein. [2]

En 1900, le problème du corps noir, avait amené Planck à faire l'hypothèse que pour une onde électromagnétique de fréquence ν , les seules énergies possibles sont des multiples entiers du quantum $h\nu$, où h est une nouvelle constante fondamentale ($h=6,62618 \cdot 10^{-34}$ J.s). Puis en 1905 Einstein avait introduit la notion de quanta de lumière (qui ne seront nommés « photons » qu'en 1926), corpuscules qui composent le rayonnement lumineux et possèdent chacun l'énergie $h\nu$, pour expliquer certaines caractéristiques de l'effet photo-électrique.

On a alors une dualité onde-corpuscule pour le rayonnement électromagnétique, et le lien entre les paramètres corpusculaires (l'énergie E et l'impulsion \vec{p} du photon) et les paramètres ondulatoires (la pulsation ω et le vecteur d'onde \vec{k} de l'onde) est donné par les relations de Planck-Einstein :

$$\begin{aligned} E &= h\nu \\ \vec{p} &= \hbar \vec{k} \end{aligned}$$

où $\hbar = h/2\pi$.

2) L'expérience de Franck et Hertz. [1]

Mais la quantification de l'énergie n'apparaît pas uniquement pour le rayonnement et pose également problème pour la matière. En effet, l'observation de raies discrètes dans les spectres d'émission et d'absorption des atomes ne s'explique pas classiquement, et nécessite d'introduire des niveaux d'énergie quantifiés pour les atomes. L'existence de ces niveaux discrets a été mise en évidence par l'expérience de Franck et Hertz, ne faisant pas intervenir d'interaction « rayonnement/matière », ce qui permet de justifier que cette quantification est bien intrinsèque aux atomes.

Le principe de l'expérience est le suivant (cf. figure 1) :

Dans une ampoule contenant du mercure gazeux à faible pression, un filament est chauffé par une tension externe pour qu'il émette des électrons, ces derniers sont accélérés par une tension contrôlable U . Les électrons sont émis en direction d'une grille placée devant une plaque collectrice. Une faible différence de potentiel ($\sim 0,5$ V) sert à freiner les électrons entre la grille et la plaque collectrice. Ainsi, seuls ceux qui arrivent à la grille avec une énergie cinétique suffisante atteindront la plaque collectrice et participeront au courant I dans le reste du circuit.

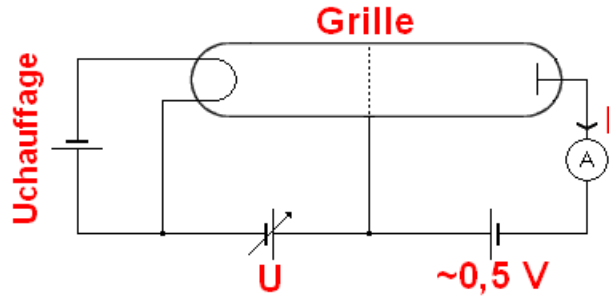


Figure 1 : Schéma de l'expérience de Franck et Hertz

En représentant I en fonction de U (cf. figure 2), on observe d'abord que pour des tensions trop faibles, l'énergie initiale eU des électrons n'est pas suffisante pour qu'ils atteignent la grille. Ensuite, pour U croissant, le nombre d'électrons qui atteignent la plaque augmente, jusqu'à une certaine valeur de U où celui diminue de façon importante. On observe alors une alternance de pics séparés de 4,9 V.

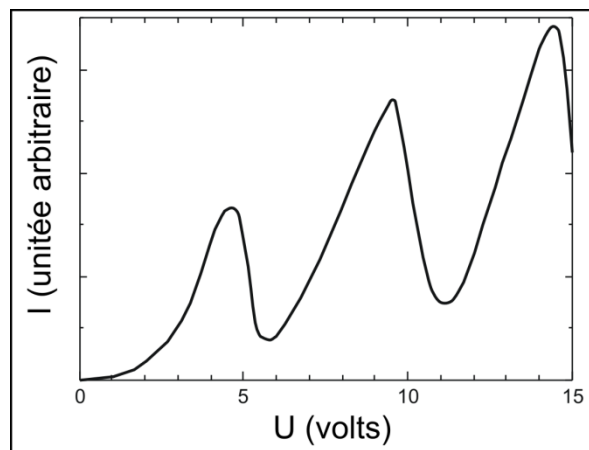


Figure 2 : Résultat schématique de l'expérience de Franck et Hertz (ici extrait de Wikipédia, mais trouvable dans la référence [1])

Cela s'explique par le fait que les électrons peuvent échanger de l'énergie avec les atomes de mercure par des collisions, mais que l'énergie transmise ne peut être égale qu'à ΔE , l'écart en énergie entre les deux plus bas niveaux d'énergie de l'atome de mercure. Les pics successifs étant dus au fait qu'un même électron, s'il a initialement une énergie cinétique suffisante, peut entrer en collision avec plusieurs atomes de mercure avant d'atteindre la grille. Expérimentalement, lors du passage des électrons, les atomes de mercure émettent une raie ultraviolette de longueur d'onde 253,6 nm, ce qui correspond à un ΔE de 4,86 eV. La mesure de ΔE par cette expérience est donc moins précise que celle faite par spectroscopie optique, mais comme nous l'avons déjà dit, le but est ici de montrer que la quantification des niveaux d'énergie de l'atome peut être mise en évidence par une expérience qui ne fait intervenir que des chocs entre particules pour les transferts d'énergie.

3) Les ondes de de Broglie, ordres de grandeur. [2]

En 1923, Louis de Broglie (prononcez [dəbrɔʒ]) fait l'hypothèse que les particules matérielles, tout comme les photons peuvent avoir un comportement ondulatoire, et il associe à un corpuscule matériel d'impulsion \vec{p} la longueur d'onde « de de Broglie » : $\lambda = \frac{h}{|\vec{p}|}$

(ce qui est exactement la même relation que celle donnée par Planck-Einstein pour le photon !).

À un corpuscule d'énergie E et d'impulsion \vec{p} on associera donc une onde de pulsation ω et de vecteur d'onde \vec{k} tels que :

$$\begin{aligned} E &= h\nu \\ \vec{p} &= \hbar \vec{k} \end{aligned}$$

On rétablit ainsi la symétrie entre onde et particule (il n'y a pas que les phénomènes qu'on pensait ondulatoires qui peuvent être vus comme corpusculaires, mais tous les phénomènes relèvent de la dualité onde-corpuscule), et permet d'interpréter la quantification des niveaux d'énergie des atomes en terme de modes propres d'une onde confinée dans une cavité.

Regardons les ordres de grandeur des longueurs d'onde de de Broglie associée à quelques objets « courants » :

- Pour un grain de poussière de $1\mu\text{m}$ de diamètre et de masse $m \sim 10^{-15}$ kg, animé d'une vitesse $v \sim 1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$, on trouve :

$$\lambda = \frac{h}{mv} \sim \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{10^{-15} \times 10^{-3}} m = 6,6 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}$$

Ce qui est très négligeable devant la taille du grain de poussière.

- En revanche, pour un électron de masse $m_e \sim 9 \cdot 10^{-31}$ kg, et de charge $q \sim 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, qu'on accélère par une différence de potentiel V exprimé en volts, on a une énergie

$E = qV = \frac{p^2}{2m_e}$, d'où une longueur d'onde :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e qV}} \sim \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \times 0,9 \cdot 10^{-30} \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times V}} m \approx \frac{12,3}{\sqrt{V}} \text{ \AA}$$

Ce qui, pour une différence de potentiel de quelques centaines de volts, donne l'ordre de grandeur de la distance entre atomes d'un réseau cristallin, avec lesquels il est possible de faire de la diffraction par des rayons X (dont la longueur d'onde est de l'ordre de l'Å). Ainsi, on peut faire de la diffraction sur des cristaux ou des poudres cristallines avec des électrons.

C'est d'ailleurs une expérience de diffraction des électrons, réalisée par Davisson et Germer en 1927 qui viendra confirmer l'existence de l'aspect ondulatoire de la matière.

Faire l'expérience avec la machine qui est dans la collection (on peut s'amuser à défléchir le faisceau d'électrons avec un aimant pour prouver qu'il n'y a pas juste un laser vert caché dans la boîte).

Maintenant que nous avons mis en évidence, dans cette approche plus ou moins historique, l'aspect ondulatoire de la matière, intéressons-nous aux implications que cela amène pour la description des objets physiques.

II) Description quantique ondulatoire de la matière

1) Expérience de pensée : interférence d'électrons. [3]

Commençons par une expérience de pensée. Soit un dispositif de fentes d'Young.

On sait que si on éclaire une seule des deux fentes par une source de lumière monochromatique cohérente, on observera une tache de diffraction sur un écran placé derrière. Mais que si l'on éclaire les deux fentes en même temps, la figure obtenue ne sera pas la superposition des deux figures obtenues indépendamment par chacune des fentes : on aura des franges d'interférences.

On sait également que si on envoie un faisceau de particules classiques sur une seule des deux fentes, et qu'on mesure les impacts des particules sur un écran placé derrière, on aura une répartition de la probabilité d'impact en un point qui aura la même allure qu'une tache de diffraction. Mais que si l'on regarde la répartition des impacts lorsque les deux fentes sont présentes, elle sera juste la somme des deux figures obtenues indépendamment avec chacune des fentes.

Considérons maintenant la même expérience avec des électrons, dont on a déjà montré qu'il était possible de faire apparaître expérimentalement la dualité onde-corpuscule. Supposons que les électrons peuvent être envoyé un par un. Tout d'abord, si un seul électron est envoyé, on ne mesure qu'un unique impact sur l'écran, ce qui montre que les électrons sont bien des corpuscules de position identifiable. Si l'on regarde maintenant un nombre d'impact suffisant pour remonter à une probabilité d'impact : lorsqu'une seule des deux fentes est présente, on observe une figure de type diffraction et lorsque les deux sont présentes, on observe des franges d'interférence. On a donc une contradiction apparente : pour chaque fente on peut mesurer une probabilité d'impact de l'électron sur l'écran lorsqu'il passe par elle, or chaque électron est une particule, et doit donc passer par l'une ou l'autre des fentes. Mais alors, la figure obtenue lorsque les deux fentes sont présentes devrait être la somme de celles obtenues indépendamment pour chaque fente, puisque dès lors que l'électron passe par l'une d'entre elles, sa probabilité d'impact est fixée (et que passer par la fente 1 et passer par la fente 2 représentent des événements indépendants).

Il y a deux conclusions importantes à tirer de cela : la première c'est que le phénomène que nous observons est de nature probabiliste, deux électrons envoyés a priori de la même façon n'auront pas le même impact sur l'écran, et ce n'est qu'en envoyant un nombre suffisant d'électrons qu'on pourra faire apparaître la figure de diffraction ou d'interférence. La seconde c'est que l'on est obligé d'abandonner la notion classique de trajectoire. On ne peut pas rendre compte du phénomène d'interférence si l'on considère que chaque électron a une trajectoire définie et passe par l'une ou l'autre des deux fentes. La réalité est donc que l'électron passe « à la fois par la fente 1 et par la fente 2 ».

Une remarque importante dont on reparlera ultérieurement (NB : « ultérieurement » signifie ici « dans une autre leçon, pendant les questions, voire jamais », mais on pourra lire le complément D1 du premier chapitre du Cohen-Tannoudji pour se préparer à d'éventuelles questions sur le sujet), est l'importance de la mesure en mécanique quantique. En effet, si l'on cherche à mesurer par laquelle des deux fentes chaque électron passe, on verra disparaître la figure d'interférence au profit de la somme des figures de diffraction obtenues indépendamment avec chaque fente.

2) Description en termes de probabilité de présence : notion de fonction d'onde. [2] et [3]

Nous venons de voir qu'en mécanique quantique on ne peut se servir de la notion de trajectoire pour décrire la dynamique de corpuscules matériels. On va introduire un nouvel outil mathématique qui va tenir compte du comportement ondulatoire de la matière : à un corpuscule, on associe une fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$, qui dépend de l'espace et du temps, et qui contient toute l'information disponible sur le corpuscule. L'existence de la fonction d'onde est un des postulats de la mécanique quantique.

$\psi(\vec{r}, t)$ est interprétée comme une amplitude de probabilité de présence. C'est-à-dire que la probabilité que la particule se trouve dans un volume $d^3\vec{r}$ autour de la position \vec{r} à l'instant t , est donnée par $dP(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot d^3\vec{r}$

Il faut faire quelques remarques sur la fonction d'onde :

- Pour une particule, la probabilité de la trouver quelque part dans tout l'espace doit être égale à 1 à chaque instant. Ainsi la fonction d'onde doit être de carré sommable et vérifier pour tout instant t la condition de normalisation :

$$\int |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot d^3\vec{r} = 1$$

- La fonction d'onde prend des valeurs complexes (qui sont « réellement complexes », et non pas une commodité d'écriture, comme les notations complexes des champs électromagnétiques par exemple), mais deux états ψ_1 et ψ_2 qui ne diffèrent que par un terme de phase constant décrivent un même état physique (puisque le terme de phase disparaît lorsqu'on prend le module au carré).
- Il n'existe pas d'appareil qui donnerait un accès direct aux valeurs de ψ , c'est une description probabiliste non classique, c'est le module au carré de la fonction d'onde qui représente une probabilité physique pour la particule d'être en un endroit à un instant. On peut d'ailleurs calculer la position moyenne de la particule :

$$\langle \vec{r} \rangle = \int \vec{r} |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot d^3\vec{r}$$

- Contrairement au cas classique, où il suffisait de connaître 6 paramètres (la position et la vitesse de la particule) pour décrire la dynamique, on a besoin ici d'une infinité de

paramètres, c'est-à-dire la connaissance de la fonction d'onde en tout point de l'espace.

Maintenant que nous avons introduit la fonction d'onde, il nous faut connaître les lois qui régissent sa dynamique.

III) Dynamique de la fonction d'onde

1) Equation de Schrödinger, exemple de la particule libre. [2]

L'équation qui régit l'évolution temporelle de la fonction d'onde est l'équation de Schrödinger. C'est un des postulats de la mécanique quantique et même s'il serait possible de l'intuiter (ou de faire semblant de la retrouver) à partir d'analogies avec les équations d'onde, nous nous contenterons de la poser ici, sa validité venant des observations expérimentales des conséquences qui en découlent.

Pour une particule de masse m , soumise à l'action d'un potentiel $V(\vec{r}, t)$ l'équation prend la forme suivante :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}, t) + V(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}, t)$$

Où Δ désigne le Laplacien (en coordonnées cartésiennes $\Delta \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$)

On remarque d'abord que cette équation est linéaire. Ainsi, si ψ_1 et ψ_2 sont deux solutions de l'équation de Schrödinger, alors toute combinaison linéaire de ψ_1 et ψ_2 seront également solution.

Pour une particule libre, l'équation devient :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\vec{r}, t)$$

On constate que cette équation admet des solutions sous la forme d'onde plane :

$$\psi(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

où A est une constante, à condition que \vec{k} et ω vérifient la relation :

$$\omega = \frac{\hbar |\vec{k}|^2}{2m}$$

ce qui, en utilisant les relations de Planck-Einstein, revient à

$$E = \frac{|\vec{p}|^2}{2m}$$

Le terme en $\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta$ s'interprète donc comme un terme d'énergie cinétique dans l'équation de Schrödinger.

Néanmoins, il ne faut pas oublier qu'une onde plane, n'est pas un objet « physique ». Ici en particulier, on voit qu'elle ne peut pas satisfaire la condition de normalisation que nous avons établie précédemment. Nous allons résoudre ce problème en introduisant la notion de paquet d'onde.

2) Paquet d'onde. [2] et [3]

Nous avons vu qu'une fonction d'onde de type « onde plane » était solution de l'équation de Schrödinger pour la particule libre. Et nous avons vu que l'équation de Schrödinger était linéaire. Ainsi, on pourra écrire une solution générale de la forme :

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int g(\vec{k}) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega(\vec{k})t)} d^3\vec{k}$$

Où $g(\vec{k})$ est un coefficient (éventuellement complexe) qui représente pour chaque vecteur d'onde \vec{k} , le poids de sa composante dans la fonction d'onde ψ .

Une telle superposition d'onde plane est appelée « paquet d'onde ». On remarque qu'on a alors une relation de transformée de Fourier entre $\psi(\vec{r}, t)$ et $g(\vec{k})e^{-i\omega t}$. Dans la suite, nous nous limiterons pour simplifier les calculs et les notations à une fonction d'onde à une dimension $\psi(x, t)$, mais les résultats seront généralisables pour une fonction à 3 dimensions.

Nous avons déjà vu quelques propriétés des transformations de Fourier, et en particulier, pour une fonction $f : x \rightarrow f(x)$ et sa transformée de Fourier $F : k \rightarrow F(k)$, on a l'égalité de Parseval :

$$\int |f(x)|^2 dx = \int |F(k)|^2 dk$$

On en tire, que la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$ est normalisée à chaque instant, si la fonction $g(k)$ est elle-même normalisée.

Regardons la propagation libre du paquet d'onde : pour simplifier on considère un paquet d'onde tel que la fonction $g(k)$ est suffisamment étroite pour que le développement limité de la fonction $\omega(k)$ autour du vecteur d'onde central k_0 soit valide pour tout k où $g(k)$ est non nul, on a :

$$\omega(k) \approx \omega(k_0) + (k - k_0) \times \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k_0}$$

et

$$\psi(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int g(k) e^{i(kx - \omega(k)t)} dk \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{it(k_0 v_g - \omega_0)} \int g(k) e^{ik(x - v_g t)} dk$$

où on a posé $v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k_0}$ la vitesse de groupe.

On a donc $\psi(x, t) \approx e^{it(k_0 v_g - \omega_0)} \times \psi(x - v_g t, 0)$, c'est-à-dire que la probabilité qu'à la particule de se trouver à un endroit $|\psi(x, t)|^2$ se propage à la vitesse v_g dans le sens des x croissants.

Et en utilisant la relation $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$ et la longueur d'onde de de Broglie, on trouve :

$$v_g = \frac{\hbar k_0}{m} = \frac{p}{m}$$

Soit la vitesse classique de la particule (ce qui est rassurant !).

NB : Cette relation reste vraie pour des vitesses relativistes, mais on ne le fera pas ici (le calcul est fait dans la référence [1], page 47).

Une autre propriété de la transformée de Fourier, relie la largeur Δx de la fonction f , à la largeur Δk de sa transformée de Fourier F . On sait que Δx est inversement proportionnelle à Δk , et on peut écrire la relation :

$$\Delta x \cdot \Delta k \geq 1$$

La valeur de la borne inférieure dépend évidemment de la définition rigoureuse des largeurs Δx et Δk , mais le point important est ici que le produit des largeurs dans le domaine spatial et dans le domaine de Fourier est borné inférieurement, ce que nous allons discuter dans notre dernière partie.

3) Inégalités de Heisenberg, ordres de grandeurs. [2]

On vient de voir que la largeur Δx de la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$ était liée à la largeur Δk de la fonction $g(\vec{k})$ par la relation $\Delta x \cdot \Delta k \geq 1$, qui peut se réécrire $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ avec la relation de de Broglie.

C'est-à-dire que « l'incertitude » que l'on a sur la position de la particule et « l'incertitude » que l'on a sur la valeur de sa quantité de mouvement ne peuvent pas être arbitrairement aussi petites qu'on le veut. Il y a une limitation intrinsèque à la précision que l'on peut avoir sur la position et l'impulsion d'une particule et qui ne dépend pas de l'appareil de mesure utilisé. Cette limitation est due à la valeur non nulle de la constante h et n'a pas d'équivalent en mécanique classique.

La relation $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ se nomme « relation d'incertitude de Heisenberg ».

On peut l'appliquer par exemple aux ondes planes de de Broglie que nous avons précédemment :

$$\psi(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

Ici, le vecteur d'onde \vec{k} est parfaitement connu, donc l'impulsion de la particule est également parfaitement connue, c'est-à-dire $\Delta p = 0$, mais en revanche, la fonction d'onde a une extension infinie, et la particule a une probabilité de présence égale à A^2 partout dans l'espace, c'est-à-dire que $\Delta x = +\infty$!

Regardons quelques ordres de grandeur :

- Pour notre ami le grain de poussière de $1\mu\text{m}$ de diamètre et de masse $m \sim 10^{-15}$ kg, animé d'une vitesse $v \sim 1 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, son impulsion vaut :

$$p = mv = 10^{-18} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Supposons qu'on mesure sa position à 1nm près, on doit alors avoir :

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{10^{-34}}{10^{-9}} = 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ce qui signifie que cette limitation intrinsèque ne nous gênera pas beaucoup, puisque pour l'apercevoir il faudrait posséder un appareil dont la précision relative est de 10^{-7} ! Le grain de poussière peut être décrit de façon quantique par un paquet d'onde dont le maximum représente la position classique du grain de poussière et dont le mouvement sera celui décrit par les équations classiques de la mécanique.

- Pour l'électron dans l'atome d'hydrogène, on la quantification du moment cinétique introduite par Bohr :

$$pr = n\hbar$$

On peut regarder à quelle condition, l'électron pourrait être décrit en termes de trajectoire classique. Pour cela, il faudrait :

$$\begin{cases} \Delta x \ll r \\ \Delta p \ll p \end{cases}$$

Mais on a la relation d'incertitude d'Heisenberg, d'où :

$$\frac{\Delta x \Delta p}{r p} \geq \frac{\hbar}{pr} = \frac{1}{n}$$

On voit donc que la description classique de l'électron ne pourrait se faire que pour $n \gg 1$. La relation d'incertitude nous fait donc rejeter la vision semi-classique des orbites de Bohr.

NB : Le complément C1 du premier chapitre du Cohen-Tannoudji, qui correspond au paragraphe 5.3 du chapitre 2 du Basdevant et Dalibard, me semble bien pour servir de « bonus » pour rallonger un peu cette partie sur l'atome d'hydrogène et la stabilité de la matière si besoin est.

Conclusion :

Nous avons vu dans cette leçon que la matière qu'on pensait décrite entièrement par des propriétés corpusculaires avait en réalité des aspects ondulatoires, et de même que pour la lumière, nous avons dû introduire une dualité onde-corpuscule qui nous a amenés à abandonner la notion classique de trajectoire pour décrire les objets en termes de fonction d'onde. Nous avons discuté quelques unes des conséquences physiques de ce modèle et posé l'équation de Schrödinger qui régit la dynamique des objets quantiques. Il nous restera, dans d'autres leçons, à définir proprement le formalisme de la mécanique quantique, qui nous permettra de démontrer rigoureusement la relation d'incertitude d'Heisenberg et d'introduire une autre des propriétés des objets quantiques - grande absente de cette leçon - le spin !