TD2 Physique du solide
transport électronique, réseau direct et réciproque

I Transport et ordres de grandeur

On considère un fil de cuivre de 1 m de long à section carrée de côté 1 mm. Une mesure de la résistance du fil donne $R = 17\,\mathrm{m\Omega}$. On fait ensuite passer un courant de 1 A dans le fil et on le soumet à un champ magnétique transverse de 1 T. On mesure un champ électrique transverse de $70\,\mu\mathrm{V/m}$ dû à l'effet Hall.

1. Rappeler la relation entre le champ électrique de Hall et la densité de courant dans le fil, faisant intervenir la constante de Hall. En déduire la densité d'électrons n dans le fil de cuivre, ainsi que la vitesse moyenne v_{moy} des électrons du fait du courant de 1 A.

2. Rappeler l'expression de la conductivité électrique donnée par le modèle de Drude. En déduire la valeur du temps de relaxation τ des électrons dans le fil de cuivre.

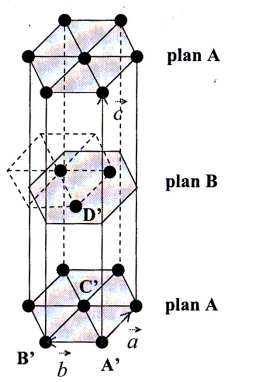
3. Si on prend en compte le caractère fermionique des électrons (modèle de Sommerfeld), la vitesse des électrons de conduction est donnée par la vitesse de Fermi v_F. Utiliser la densité d'état du gaz de Sommerfeld 3D pour trouver l'énergie de Fermi E_F pour le fil de cuivre. En déduire la vitesse de Fermi des électrons ainsi que le libre parcours moyen des électrons, $l_e = v_F\tau$. Comparer la vitese de Fermi à la vitesse moyenne calculée à la question 1. Sachant que, dans le cuivre, la taille de la maille cristalline est d'environ 4 Å, le libre parcours moyen est-il compatible avec l'hypothèse selon laquelle les électrons entrent en collision avec les atomes de cuivre? Quelle explication alternative pourrait-on proposer?

On rappelle la densité d'état du gaz de Sommerfeld 3D:

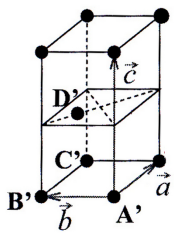
$$g(E) = \frac{V}{4\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2}\sqrt{E}\,.$$

II Réseau hexagonal compact

On s'interesse au réseau hexagonal compact qui est un empilement compact (i.e. les atomes sont tangents les uns aux autres dans le modèle des sphères dures) de plans alternés ABABAB... On représente trois plans alternés (gauche, de façon étirée pour plus de clarté) ainsi que la maille élémentaire du réseau (droite).



*Représentation **étirée** du réseau HC et vecteurs de Bravais : $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$*



Maille élémentaire du réseau hexagonal

1. Quel est la coordinence du réseau hexagonal compact?

2. Combien d'atomes y a-t-il par maille élémentaire?

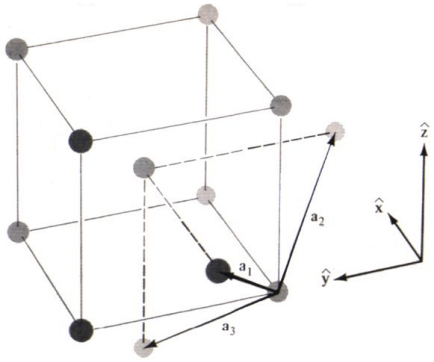
3. Exprimer les normes $||\vec{a}||$, $||\vec{b}||$ et $||\vec{c}||$ des vecteurs du réseau de Bravais en fonction du rayon R des atomes (on s'aidera du fait que, l'assemblage étant compact, le tétraèdre A'B'C'D' est régulier). En déduire le volume de la cellule élementaire en fonction de R.

4. En déduire la compacité du réseau hexagonal compact. Comparer à la compacité du réseau cubique à faces centrées et commenter. Montrer également que la masse volumique d'un réseau cristallin hexagonal compact d'atomes de masses molaire M est

$$\rho = \frac{M}{4\sqrt{2}R^3\mathcal{N}_\mathcal{A}}\,.$$

III Réseau cubique centré et réseau réciproque

On s'interesse maintenant au réseau de bravais cubique centré, dont la maille conventionelle (de côté a) et trois vecteurs primitifs $\vec{a_1}$, $\vec{a_2}$ et $\vec{a_3}$ sont représentés ci-dessous.



On a:

$$\vec{a_1} = \frac{a}{2}(\hat{y}+\hat{z}-\hat{x})\,, \qquad \vec{a_2} = \frac{a}{2}(\hat{z}+\hat{x}-\hat{y})\,, \qquad \vec{a_3} = \frac{a}{2}(\hat{x}+\hat{y}-\hat{z})\,.$$

1. Calculer le volume de la maille élémentaire à l'aide de l'expression de $\vec{a_1}$, $\vec{a_2}$ et $\vec{a_3}$.

2. Calculer également l'expression des vecteurs primitifs du réseau réciproque, $\vec{b_1}$, $\vec{b_2}$ et $\vec{b_3}$. En déduire le volume de la première zone de Brillouin.

3. Soit un plan réticulaire d'indices de Miller (h,k,l). Montrer que le vecteur du réseau réciproque $h\vec{b_1}+k\vec{b_2}+l\vec{b_3}$ est orthogonal à ce plan.

4. Utiliser les questions précédentes pour dessiner le plan réticulaire (100).